

ردیف	« با یاد خداوند دلها آرام می‌گیرد »	نمره
۱-	الف) با استفاده از اتحادها حاصل ۲۰۲×۱۹۸ را بیابید. ب) جای خالی را پر کنید. $(a + \sqrt{5})^2 = a^2 + \dots + \dots$ $(x + 3)^3 = x^3 + \dots + \dots + \dots$	۲
۲-	کدام عبارت درست و کدامیک نادرست است؟ الف) عبارت $(x + 1)(x - 6)$ تجزیه شده عبارت $x^2 + 5x + 6$ است. ب) عبارت $\frac{4x+1}{x^2+4}$ به ازای تمام x های حقیقی تعریف شده است. ج) معادله $x^2 + 4x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد. د) رابطه‌ای که به هر فرد روز تولد او را نسبت می‌دهد تابع نیست. ه) رابطه مساحت هر مربع با طول ضلعش یک رابطه خطی است.	۱/۵
۳-	الف) کسر مقابل را ساده کنید. ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $\frac{x^2z + z^2x}{x^3 + z^3} = \frac{3}{x-2} + \frac{x+2}{x^2 - 8x + 12}$	۲/۵

صفحه (۲)	طراح: زهره صفار	دهم انسانی	سوالات درس ریاضی و آمار (۱)
۱	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) مجموع اعداد واقع بر سطر سوم مثلث خیام کدام است؟</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ </p> <p>ب) کدام عبارت گویاست؟</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> $\frac{w^2-w+3}{\sqrt{w}}$ <input type="checkbox"/> $\frac{\pi+3x}{\sqrt{x-7}}$ <input type="checkbox"/> $\frac{ a-5 }{a+1}$ <input type="checkbox"/> $\frac{4x-1}{\sqrt{2}+x}$ </p>		
۳	<p>معادلات زیر را از روش ذکر شده حل کنید.</p> <p>الف) $x^2 - 9x + 14 = 0$ (روش تجزیه)</p> <p>ب) $x^2 + 6x + 8 = 0$ (روش مربع کامل)</p> <p>ج) $3x^2 + 5x + 2 = 0$ (روش Δ)</p>		
۱/۵	<p>مثال بنویسید:</p> <p>الف) تابعی به شکل زوج مرتب که دامنه‌اش سه عضوی و بردش دو عضوی باشد.</p> <p>ب) تابعی به صورت نمودار در صفحه مختصات رسم کنید که دامنه‌اش پنج عضوی و بردش تک عضوی باشد.</p>		

صفحه (۳)		طراح: زهره صفار	دهم انسانی	سوالات درس ریاضی و آمار (۱)
۱/۵	$\begin{cases} f: A \rightarrow R \\ f(x) = x^2 + 2 \end{cases}$ و $A = \{-3, -2, 4, 0\}$	تابع زیر را به صورت زوج مرتب نوشته، برد توابع را تعیین کنید.		
۱/۵		در یک تابع خطی $f(2) = 6$ و $f(3) = 2$ است. ضابطه تابع را نوشته، مقدار $f(-1)$ را بیابید.		
۱/۵	$y = x^2 + 4x - 2$	نمودار تابع زیر را رسم کرده، مختصات راس و مقدار ماکزیمم یا می نیمم تابع را تعیین کنید.		
۱/۵		یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = x^2 + 40x - 400$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۷۰ تومان می - فروشد. ماکزیمم سود را محاسبه کنید.		
۱/۲۵	$\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1}$	معادله را حل کنید.		
۱/۲۵		محیط مستطیلی ۸۰ سانتی متر است. طول و عرض آن را طوری بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود.		
۲۰	جمع نمره	«شاد و پیروز باشید»		

	پایه دهم انسانی	پاسخ سوالات امتحانی درس: ریاضی و آمار (۱)
۲	<p>الف) $198 \times 202 = (200 - 2)(200 + 2) = 200^2 - 2^2 = 40000 - 4 = 39996$</p> <p>ب) $(a + \sqrt{5})^2 = a^2 + 2\sqrt{5}a + 5$</p> <p>$(x + y)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times y + 3 \times x \times y^2 + y^3 = x^3 + 9x^2y + 3xy^2 + y^3$</p>	-۱
۱/۵	<p>الف) نادرست $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$</p> <p>ب) درست زیرا اگر مخرج را صفر بگذاریم داریم: $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$ و این معادله جواب ندارد، پس به ازای تمام اعداد حقیقی کسر تعریف شده است.</p> <p>ج) درست. زیرا: $\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(-5) = 16 + 20 = 36 > 0$</p> <p>د) نادرست. زیرا هر فرد فقط یک روز تولد دارد.</p> <p>ه) نادرست. زیرا توان متغیر ۲ است. $S = a^2$</p>	-۲
۲/۵	<p>الف) $\frac{x^2z + z^2x}{x^2 + z^2} = \frac{xz(x+z)}{(x+z)(x^2 - xz + z^2)} = \frac{xz}{(x^2 - xz + z^2)}$</p> <p>ب) $\frac{3}{x-2} + \frac{x+2}{x^2 - 8x + 12} = \frac{3(x-6)}{(x-2)(x-6)} + \frac{x+2}{(x-2)(x-6)} = \frac{3x-18+x+2}{(x-2)(x-6)} = \frac{4x-16}{(x-2)(x-6)}$</p>	-۳
۱	<p>الف) در سطر سوم مثلث خیام اعداد ۱ ۲ ۱ نوشته شده است که مربوط به ضرایب $(a + b)^2$ است.</p> <p>مجموع اعداد واقع بر آن برابر ۴ است.</p> <p>ب) $\frac{4x-1}{\sqrt{2}+x}$ گویاست.</p>	-۴
	<p>الف) $x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$</p> <p>ب) $x^2 + 6x + 8 = 0$</p> <p>ضریب x $(\frac{6}{2})^2 = (\frac{6}{2})^2 = 9$</p> <p>$\Rightarrow x^2 + 6x = -8 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -8 + 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 1$</p> <p>$\Rightarrow (x + 3)^2 = 1 \Rightarrow x + 3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 1 \Rightarrow x = -3 + 1 = -2 \\ x + 3 = -1 \Rightarrow x = -3 - 1 = -4 \end{cases}$</p>	-۵

۳	<p>ج) $3x^2 + 5x + 2 = 0 \quad a = 3, b = 5, c = 2$</p> <p>$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(2) = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0$</p> <p>دلته عددی مثبت است، بنابراین معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد که از رابطه زیر بدست می‌آیند:</p> $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{-6}{6} = -1 \end{cases}$									
۱/۵	<p>الف) $f = \{(3,7)(4,6)(5,6)\}$</p> <p>ب) نقاطی به مختصات $(0,2)(1,2)(3,2)(4,2)(5,2)$ را در صفحه مختصات نمایش می‌دهیم.</p>	-۶								
۱/۵	<p>$\begin{cases} f: A \rightarrow R \\ f(x) = x^2 + 2 \end{cases}$ و $A = \{-3, -2, 4, 0\}$</p> <p>$f(-3) = (-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11 \quad f(4) = (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$</p> <p>$f(-2) = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \quad f(0) = (0)^2 + 2 = 0 + 2 = 2$</p> <p>$f = \{(-3, 11)(-2, 6)(4, 18)(0, 2)\}$</p> <p>$R = \{11, 6, 18, 2\}$</p>	-۷								
۱/۵	<p>داریم: $m = \frac{6-2}{2-3} = \frac{4}{-1} = -4, A(2,6), B(3,2)$</p> <p>$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = -4(x - 2) \Rightarrow y - 6 = -4x + 8$</p> <p>$\Rightarrow y = -4x + 8 + 6 \Rightarrow y = -4x + 14 \Rightarrow f(x) = -4x + 14 \Rightarrow f(-1) = 18$</p>	-۸								
۱/۵	<p>$y = x^2 + 4x - 2$</p> <p>ابتدا مختصات راس سهمی را تعیین می‌کنیم. از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ طول راس سهمی را بدست می‌آوریم. سپس با جاگذاری مقدار x در ضابطه اصلی مقدار عرض سهمی (y) را نیز بدست می‌آوریم.</p> <p>$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times 1} = -2$</p> <p>$x = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 + 4 \times (-2) - 2 = 4 - 8 - 2 = -6 \Rightarrow S \begin{cases} -2 \\ -6 \end{cases}$</p> <table border="1" data-bbox="236 1787 671 1944"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-۳</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-۵</td> <td>-۶</td> <td>-۵</td> </tr> </tbody> </table> <p>$x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 + 4 \times (-1) - 2 = 1 - 4 - 2 = -5$</p> <p>چون $a > 0$ است، سهمی می‌نیمم دارد. مقدار می‌نیمم برابر -6 است. (نمودار رسم شود)</p>	x	-۳	-۲	-۱	y	-۵	-۶	-۵	-۹
x	-۳	-۲	-۱							
y	-۵	-۶	-۵							

۱/۵	<p>۱۰- فرض کنیم این شرکت به تعداد x، کالا تولید کرده است، چون درآمد فروش آن به ازای هر کالا ۷۰ تومان است، درآمد فروش آن از رابطه $R(x) = 70x$ بدست می‌آید.</p> <p>برای بدست آوردن سود از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم: $P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow$ هزینه - درآمد = سود</p> $P(x) = 70x - (x^2 + 40x - 400) = 70x - x^2 - 40x + 400 \Rightarrow -x^2 + 30x + 400$ <p>تابع سود $P(x) = -x^2 + 30x + 400$ است، چون در این تابع درجه دوم $a < 0$ است بنابراین تابع ماکزیمم دارد. نقطه ماکزیمم تابع همان راس آن است، پس مختصات راس را بدست می‌آوریم.</p> $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{30}{2 \times (-1)} = 15$ $x = 15 \Rightarrow y = -(15)^2 + 30 \times (15) + 400 = -225 + 450 + 400 = 625 \Rightarrow S \begin{matrix} 15 \\ 625 \end{matrix}$ <p>ماکزیمم سود برابر ۶۲۵ است.</p>	-۱۰
۱/۲۵	<p>۱۱- $\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow \frac{x-3}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} = 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 0$</p> $\Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3 - x^2 - x + 2}{(x-1)(x+1)}$ $= \frac{-3x - 1}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow -3x - 1 = 0 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ <p>چون جواب بدست آمده مخرج کسرها را صفر نمی‌کند، قابل قبول است.</p> <p>راه حل دوم: می‌توانید از طرفین وسطین کردن نیز استفاده کنید.</p> $\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow (x-3)(x+1) = (x+2)(x-1) \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = x^2 + x - 2$ $\Rightarrow -2x - x = 3 - 2 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ <p>چون جواب بدست آمده مخرج کسرها را صفر نمی‌کند، قابل قبول است.</p>	-۱۱

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (x + y) \Rightarrow \text{محیط} = 2 \times (x + y)$$

$$۸۰ = 2(x + y) \Rightarrow (x + y) = \frac{۸۰}{۲} = ۴۰ \Rightarrow y = ۴۰ - x$$

$$\text{مساحت} = xy \Rightarrow S = xy \Rightarrow S = x(۴۰ - x) = ۴۰x - x^2$$

برای بدست آوردن مساحت ماکزیمم مختصات راس سهمی را بدست می‌آوریم. $a = -۱, b = ۴۰$.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{۴۰}{2 \times (-۱)} = ۲۰$$

$$x = ۲۰ \Rightarrow y = ۴۰ - (۲۰) = ۲۰ \Rightarrow S \Big|_{۴۰۰}^{۲۰}$$

طول مستطیل $x = ۲۰$ و عرض آن $y = ۲۰$ است. مساحت ماکزیمم آن برابر ۴۰۰ است.

خواجه عبدالله انصاری: « آن ارزی که می‌ورزی »