



مرکز ملی پرورش استعداد های  
درخشان و دانش پژوهان جوان

دبیرستان: استعداد های درخشان شهید بهشتی گناباد

تاریخ: ۱۴۰۱/۲/۳۱

نوبت: دوم

کلاس: دهم

آزمون: ریاضی ۱

باسمه تعالی

تعداد صفحات: ۴

زمان: ۱۱۰ دقیقه

ساعت: ۱۰:۳۰

شعبه کلاس: ۱۵۱

نام و نام خانوادگی:

طراح سوال: میکینخواه

تاریخ و امضاء: ۱۴۰۱/۳/۱

بالحروف:

نمره با عدد:

**نیاز به استفاده از ماشین حساب نیست.**

ردیف	سوال	بارم
	امام علی (ع): از آنان مباشید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند.	
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. (۱-۱) مجموعه اعداد طبیعی که معکوس آنها بزرگتر از $\frac{1}{100}$ است متناهی است. (۲-۱) اگر $0 < a < -1$ باشد آن گاه $\sqrt[3]{a} > \sqrt[5]{a}$	۰/۵
۲	جاهای خالی را عبارات مناسب کامل کنید. (۱-۲) اگر $n(A)=13$ و $n(B)=8$ آنگاه حداقل $n(A \cup B)$ برابر ..... است. (۲-۲) اعداد صحیح ..... که ریشه $n$ ام آن $(n \in \mathbb{W})$ همواره وجود داشته و دقیقا با خود آن عدد برابر است.	۰/۵
۳	در یک دنباله حسابی مجموع جملات چهارم و دوازدهم برابر ۲۰۲ می باشد. اگر جمله پانزدهم ۱۸۸ باشد، جمله اول را بدست آورید.	۱
۴	معادله ی خطی به صورت $y - \sqrt{3}x - 2 = 0$ می باشد. این خط با جهت مثبت محور $x$ ها چه زاویه ای می سازد؟	۰/۵
۵	در مثلث قائم الزاویه $ABC$ قائمه در رأس $C$ مقادیر $a=1$ ، $b=\sqrt{3}$ می باشد $\hat{A}$ کدام است؟	۱
	جمع	۳/۵

۱/۵	$a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3 =$ الف) تجزیه کنید. ب) جذر عدد $5 + 2\sqrt{6}$ را بدست آورید.	۶
۲	به ازای چه مقدارهایی از $a$ معادله $(2a-1)x^2 + 6x + a - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است.	۷
۲	دامنه تابع $f(x) = \sqrt{4-ax}$ به صورت $[a-3, +\infty)$ می باشد. حاصل $a^2 - 2a$ را بدست آورید.	۸
۲	الف) نمودار تابع $y = -(x+2)^2 - 1$ با دامنه $D = (-2, 3]$ رسم کنید. ب) <u>برد</u> آنرا بنویسید.	۹
جمع ۷/۵		

نام و نام خانوادگی :		کلاس دهم ریاضی ۱۵۱
۱۰	به چند طریق ۵ نفر می توانند سوار اتوبوس شوند هرگاه $a$ بعد از $b$ سوار شود.	۱
۱۱	از بین ۱۲ نفر که ۲ نفر زن و شوهر هستند؛ به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره تشکیل داد به طوری که حداقل یکی از زن و شوهر در آن کمیته باشند.	۱/۵
۱۲	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۳۰۰۰ می توان نوشت ؟	۱/۵
۱۳	دو تاس را پرتاب می کنیم و اعداد آمده را به جای $c$ , $b$ در معادله $x^2 + bx + c = 0$ قرار می دهیم. احتمال آنکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، چه قدر است؟	۱/۵
۱۴	در صورتی که احتمال وقوع دو پیش آمد $(B, A)$ برابر $\frac{1}{3}$ و احتمال وقوع $(A$ یا $B)$ برابر $\frac{3}{4}$ و احتمال وقوع $B$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد احتمال وقوع $A$ را معلوم کنید.	۱
۱۵	می خواهیم مدت زمانی را که طول می کشد تا کارمندان شهرستان به سرکارشان برسند مورد بررسی قرار دهیم. در این مطالعه جامعه آماری، نمونه، متغیر تصادفی و نوع آن را تعیین کنید. جامعه آماری ..... متغیر تصادفی ..... نمونه ..... نوع متغیر ..... .....	۱/۵
۱۶	علم آمار را به طور کامل تعریف کنید.	۱ جمع ۹



مرکز ملی پژوهش‌های آموزشی  
سازمان برنامه‌ریزی و توسعه آموزش

پایه: ریاضی ۱ کلاس: دهم نوبت: دوم تاریخ: ۱۳۹۱/۲/۲۱ دبیرستان: استعدادهای درخشان شهید بهشتی گناباد

نام و نام خانوادگی: شماره کلاس: ۱۵۱ ساعت: ۱۰:۳۰ زمان: ۱۱۰ دقیقه تعداد صفحات: ۴

طرح سوال: تکنوار

تاریخ و اسماء: ۱۳۹۱/۲/۱

پاروف:

نمره بعد:

نیاز به استفاده از ماشین حساب نیست.

ردیف

نمره

امام علی (ع): از آنگاه بماند که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند.

۱  
✓  
✓

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

(۱-۱) مجموعه اعداد طبیعی که معکوس آنها بزرگتر از  $\frac{1}{100}$  است متناهی است.

(۲-۱) اگر  $0 < a < 1$  باشد آن گاه  $\sqrt{a} > a$

۰/۱۵

۲

جاهای خالی را عبارات مناسب کامل کنید.

(۱-۲) اگر  $n(A) = 13$  و  $n(B) = 8$  آنگاه حداقل  $n(A \cup B)$  برابر  $21$  است.

۱- ریشه زوج ندارد

(۲-۲) اعداد صحیح  $\dots$  که ریشه  $\Pi$  ام آن  $(n \in \mathbb{N})$  همواره وجود داشته و دقیقاً با خود آن عدد برابر است.

۰/۱۵

۳

در یک دنباله حسابی مجموع جملات چهارم و دوازدهم برابر ۲۰۲ می باشد. اگر جمله پانزدهم ۱۸۸ باشد، جمله اول را بدست آورید.

$$\begin{cases} a_4 + a_{12} = 202 \\ a_{15} = 188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 11d = 202 \\ a + 14d = 188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 11d = 202 \\ a + 14d = 188 \end{cases} \Rightarrow a + 11d = 202$$
$$a = 202 - 11d = 14$$

۴

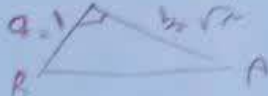
معادله‌ی خطی به صورت  $y - \sqrt{3}x - 2 = 0$  می باشد. این خط با جهت مثبت محور  $x$  ها چه زاویه‌ای می سازد؟

$$y = \sqrt{3}x - 2 \quad \tan \alpha = \frac{y}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

۰/۱۵

۵

در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  قائمه در رأس  $C$  مقادیر  $a=1$ ،  $b=\sqrt{3}$  می باشد  $\hat{A}$  کدام است؟



$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = 2$$

$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$$

جمع  
۳/۱۵

$$\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A = 30^\circ$$

نام و نام خانوادگی	کلاس دهم ریاضی ۱۵۱
۱۰	<p>به چند طریق ۵ نفر می توانند سوار اتوبوس شوند هرگاه a بعد از b سوار شود.</p> <p>۱۸ ۱۲ ۲</p> <p>جمع = ۹۰</p>
۱۱	<p>از بین ۱۲ نفر که ۲ نفر زن و شوهر هستند به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره تشکیل داد به طوری که حداقل یکی از زن و شوهر در آن کمیته باشد.</p> <p>۱۲ نفر زن و شوهر، ۵ نفر زن A و B</p> <p>حالت اول: تعداد = <math>\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210</math></p> <p>حالت دوم: <math>\frac{10 \times 9 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 105</math></p> <p>۲۱۰ + ۲۱۰ + ۱۲۰ = ۵۴۰</p>
۱۲	<p>با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۲۰۰۰ می توان نوشت؟</p> <p>۳۵</p> <p>۱۲ ۶ ۱۲</p>
۱۳	<p>دو تاس را پرتاب می کنیم و اعداد آمده را به جای b، c در معادله <math>x^2 + bx + c = 0</math> قرار می دهیم. احتمال آنکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، چه قدر است؟</p> <p><math>b^2 - 4ac &gt; 0 \Rightarrow b^2 - 4c &gt; 0</math></p> <p>(۵, ۳), (۵, ۲), (۵, ۱), (۴, ۳), (۴, ۲), (۴, ۱), (۳, ۲), (۳, ۱), (۲, ۳), (۲, ۲), (۲, ۱), (۱, ۳), (۱, ۲), (۱, ۱)</p> <p><math>P(A) = \frac{17}{36}</math></p>
۱۴	<p>در صورتی که احتمال وقوع دو پیش آمد (B, A) برابر <math>\frac{1}{5}</math> و احتمال وقوع (A یا B) برابر <math>\frac{2}{3}</math> و احتمال وقوع B برابر <math>\frac{1}{2}</math> باشد احتمال وقوع A را معلوم کنید.</p> <p><math>P(A \cap B) = \frac{1}{5}</math>    <math>P(A \cup B) = \frac{2}{3}</math></p> <p><math>P(B) = \frac{1}{2}</math>    <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math></p> <p><math>\frac{2}{3} = P(A) + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \Rightarrow P(A) = \frac{9 - 7 + 4}{12} = \frac{7}{12}</math></p>
۱۵	<p>می خواهیم مدت زمانی را که طول می کشد تا کارمندان شهرستان به سرکارشان برسند مورد بررسی قرار دهیم. در این مطالعه جامعه آماری، نمونه، متغیر تصادفی و نوع آن را تعیین کنید.</p> <p>جامعه آماری: <u>کارمندان شهرستان</u></p> <p>نمونه: <u>تعداد کارمندان شهرستان</u></p> <p>متغیر تصادفی: <u>مدت زمان رسیدن به سرکار</u></p> <p>نوع متغیر: <u>متغیر کمی</u></p>
۱۶	<p>علم آمار را به طور کامل تعریف کنید.</p> <p>جمع آمار، اعداد، ارقام، سازماندهی، تحلیل، نتیجه گیری</p>



الف) تجزیه کنید.

$$\begin{aligned}
 1/5 \quad a^6 - 2b^6 + 2a^2b^2 &= a^6 - b^6 - 2b^6 + 2a^2b^2 \\
 &= (a^6 - b^6)(a^2 + b^2) - 2b^6(b^2 - a^2) \\
 &= (a^6 - b^6)(a^2 + b^2 + 2b^2) = (a^6 - b^6)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2) \\
 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)
 \end{aligned}$$

(ب) جذر عدد  $\Delta + 2\sqrt{6}$  را بدست آورید.

$$\sqrt{\Delta + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(r + \sqrt{s})^2} = \sqrt{r^2 + s} + \sqrt{s}$$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ a^2 + b^2 & + 2ab \\ r & ab = 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \end{matrix}$

به ازای چه مقدارهایی از  $a$  معادله  $(2a-1)x^2 + 6x + a - 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است.

$$\begin{aligned}
 \Delta \geq 0 &\Rightarrow 36 - 4(2a-1)(a-2) \geq 0 \\
 36 - 4(2a^2 - 4a - a + 2) &\geq 0 \Rightarrow 36 - 8a^2 + 20a - 8 \geq 0 \\
 -8a^2 + 20a + 28 &\geq 0 \Rightarrow \Delta = 20^2 + 4 \cdot 8 \cdot 28 = 1120 \\
 a = \frac{-20 \pm \sqrt{1120}}{-16} &< \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

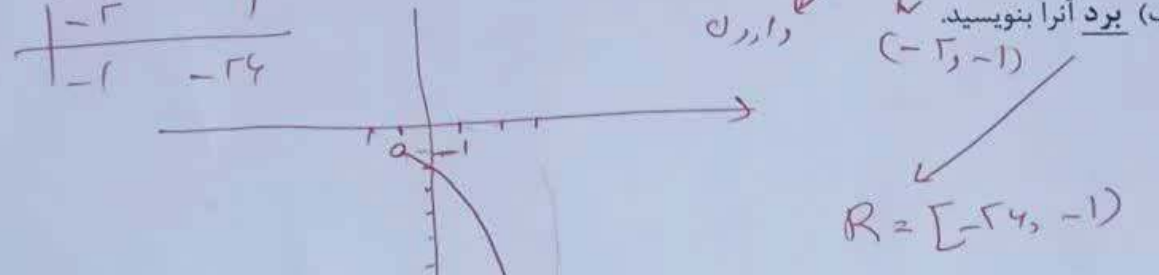
دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{4-ax}$  به صورت  $[a-2, +\infty)$  می باشد. حاصل  $a^2 - 2a$  را بدست آورید.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon - a|x| \geq 0 &\Rightarrow -a|x| \geq -\varepsilon \Rightarrow a|x| \leq \varepsilon \Rightarrow |x| \leq \frac{\varepsilon}{a} \\
 a < 0 &\Rightarrow |x| \geq \frac{\varepsilon}{a} \\
 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \Rightarrow D_1 = [\frac{\varepsilon}{a}, +\infty) \\ a < 0 \Rightarrow D_2 = (-\infty, \frac{\varepsilon}{a}] \end{cases} &= D_1 \Rightarrow \dots
 \end{aligned}$$

در  $D_1$  فرض می‌کنیم  $a < 0$  است.

$$\frac{\varepsilon}{a} = a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a = \varepsilon \Rightarrow a^2 - 2a - \varepsilon = 0 \Rightarrow a = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4\varepsilon}}{2} = 1 \pm \sqrt{1 + \varepsilon}$$

الف) نمودار تابع  $y = -(x+2)^2 - 1$  با دامنه  $D = (-2, 3]$  رسم کنید.



جمع  
۱/۵