

محل مهر یا امضاء مدیر	باسمه تعالی جمهوری اسلامی ایران اداره آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۴ تهران		
ساعت امتحان : ۱۰ صبح وقت امتحان : ۱۱۰ دقیقه تاریخ امتحان تعداد برگ سوال : ۳ برگ	نوبت امتحانی : دوم رشته : تجربی سال تحصیلی : ۰۱-۰۰	نام واحد آموزشی : فاطمیه پایه : یازدهم نام دبیر : زمانی	شماره سندلی : نام و نام خانوادگی : امتحان درس : ریاضی ۲
بارم	سوالات		ردیف
۰/۷۵	خط زیر بر دایره ای به مرکز (۱- و ۲) مماس است شعاع دایره را پیدا کنید. $3x - 4y = 0$		۱
۰/۱۵	m را طوری بیابید که مجموع ریشه های معادله ی زیر برابر ۵ باشد. $-2x^2 + (2m - 1)x + 6 = 0$		۲
۰/۷۵	معادله زیر را حل کنید. $x = \sqrt{6x - 8}$		۳
۰/۷۵	در شکل زیر ثابت کنید. $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$		۴

ادامه سوالات ریاضی ۲

۰/۷۵	<p>دو مثلث ABC و 'A 'B 'C' متشابهند و اضلاع مثلث ABC ' ۳ و ۴ و ۵ می باشند. اگر ضلع بزرگتر مثلث ABC مساوی ۲۵ باشد محیط مثلث ABC را بیابید.</p>	۵
۱	<p>در تستهای زیر گزینه مورد نظر را انتخاب کنید.</p> <p>A) دو نقطه A و B به فاصله ۴ سانتی متر از هم هستند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر و از نقطه B به فاصله ۳ سانتی متر باشد؟ الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴</p> <p>B) کدام نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است؟ الف) همرسی میانه ها ب) همرسی ارتفاعها ج) همرسی نیم سازهها د) همرسی عمودمنصفها</p> <p>C) کدام نقطه از سه راس مثلث به یک فاصله است؟ الف) همرسی میانه ها ب) همرسی ارتفاعها ج) همرسی نیم سازهها د) همرسی عمودمنصفها</p> <p>D) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه $\frac{4}{9}$ است نسبت محیط ها کدام یک از گزینه های زیر است؟ الف) $\frac{2}{3}$ ب) $\frac{3}{2}$ ج) $\frac{4}{9}$ د) $\frac{9}{4}$</p>	۶
۱	<p>رسم کنید.</p> <p>$y = [x] + 2$ $[-1, 1)$</p>	۷
۱	<p>اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x - 2}$ باشد دامنه $D_{\frac{g}{f}}$ را پیدا کنید .</p>	۸
۰/۷۵	<p>اگر شعاع دایره ۴ و طول کمان دایره ۸ باشد زاویه ایجاد شده چند رادیان است؟</p>	۹

ادامه سوالات ریاضی ۲

۱/۲۵	<p>پس از رسم تابع زیر برد آن را به دست آورید.</p> $y = -2 \cos x + 1 \quad [0, 2\pi]$	۱۰
۱/۵	<p>عبارات درست را با / و عبارات نادرست را با × مشخص کنید.</p> <p>الف) وارون تابع $f(x) = 4x - 1$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ می باشد.</p> <p>ب) دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$ با هم برابرند.</p> <p>ج) $\sin 40.5 = \sin 45$</p> <p>د) $\tan 20.0 = \tan 160.0$</p> <p>ه) $\sin 19.0 = \sin 10.0$</p> <p>و) $\cos(\alpha) \cos(-\alpha) \geq 0$</p>	۱۱
۰/۵	<p>در جاهای خالی علامت < یا > بگذارید.</p> $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} \quad () \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4$ $(2)^{0/5} \quad () \quad (2)^{1/5}$	۱۲
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $9^x = 3^{x^2-2x}$</p> <p>ب) $\log(4x+2) - \log(x+4) = 1$</p>	۱۳
۱	<p>الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(\pi^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}$ <p>ب) مقدار انرژی آزاد شده توسط یک زلزله ۸ ریشتری را بیابید.</p>	۱۴

ادامه سوالات ریاضی ۲

به کمک رسم تابع زیر حاصل حد را بدست آورید .

$$f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

۱

۱۵

حاصل حدهای زیر را بدست آورید .

الف)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4}{[x] + 1}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

۱

۱۶

a , b را طوری به دست آورید که تابع در نقطه صفر پیوسته باشد .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| + ax}{x}, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ x^3 + 4b, & x > 0 \end{cases}$$

۱/۵

۱۷

ادامه سوالات ریاضی ۲

۱	<p>احتمال آنکه شخص A در آزمونی قبول شود $0/6$ و احتمال آنکه شخص B در آزمون قبول شود $0/8$ است. احتمال آنکه حداقل یکی از این دو نفر در آزمون قبول شود را به دست آورید.</p>	۱۸
۱/۲۵	<p>اگر میانگین داده‌های X_1, \dots, X_n برابر ۱۸ باشد و انحراف معیار این داده‌ها عدد ۹ باشد :</p> <p>الف (ضریب تغییرات داده‌های فوق را بدست آورید .</p> <p>ب (میانگین و انحراف معیار داده‌های زیر را بدست آورید .</p> <p>$2x_1+3, \dots, 2x_n+3$</p>	۱۹
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید .</p> <p>الف (اگر همه داده ها برابر باشند دامنه تغییرات ... می شود .</p> <p>ب (تاسی را پرتاب می کنیم اگر بدانیم عدد رو آمده بزرگتر از ۲ است احتمال آنکه مضرب ۵ باشد برابر ... است.</p> <p>ج (خانواده‌ای دارای سه فرزند است اگر بدانیم دو فرزند اول دختر هستند احتمال آنکه فرزند سوم دختر باشد برابر است .</p>	۲۰
	موفق باشید	

برای حل

رابطه پارامتری

تابع نام

در صفحه اولی قرار

۱) مختصات دایره مماس است بنابراین ما باید مرکز آن را پیدا کنیم و شعاع دایره را بیابیم:



شعاع = فاصله نقطه
ناظر

$$A = \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}, a = 2, b = -1, c = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \begin{matrix} x_0 = 2 \\ y_0 = -1 \end{matrix} \rightarrow d = 2 = \frac{|2 \times 2 - 1 \times (-1) + 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$d = \frac{10}{5} = 2$$

بنابراین شعاع دایره ۲ است.

۲) می دانیم در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع دو ریشه آن است بنابراین:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \begin{matrix} b = 2m - 1 \\ a = -2 \end{matrix} \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{2m - 1}{2} = 5$$

$$\rightarrow 2m - 1 = 10 : m = \frac{11}{2} = 5,5$$

۳) ابتدا شرط دایره را در نظر می‌گیریم، عبارت زیر را در نظر بگیریم:

$$4x - 8 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{4}{2}$$

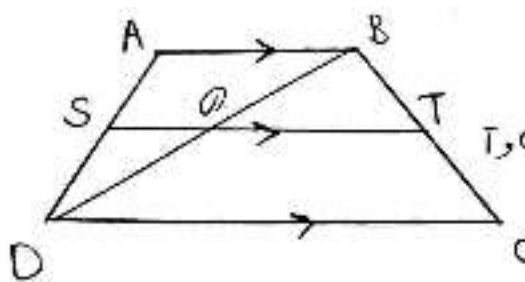
حال دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 = 4x - 8 \rightarrow x^2 - 4x + 8 = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 2) = 0$$

مجموعه جواب:
$$\begin{cases} x_1 = 4 \geq \frac{4}{2} \quad \checkmark \\ x_2 = 2 \geq \frac{4}{2} \quad \checkmark \end{cases}$$

هر ۲ جواب در محدوده دایره صدق کرده و قابل قبول اند.

۴) با رسم می‌توانیم قطرهای دوزنقه:



در مثلث $\triangle DBC$ پایه خط OT در ضلع BC دارد و $OT \parallel DC$ قطع کرده و با ضلع سوم DB موازی است بنابراین

$$OT \parallel DC \rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{BT}{TC} \quad \text{①}$$

در مثلث $\triangle DAB$ پایه خط OS در ضلع DA دارد و $OS \parallel AB$ قطع کرده و با ضلع سوم DB موازی است بنابراین طبق قضیه تالس:

$$OS \parallel AB \rightarrow \frac{DS}{SA} = \frac{DO}{OB} \quad \text{②}$$

$$\text{①, ②} \rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{SA}{DS} = \frac{BT}{TC}$$

* پس $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$ در حکم ثابت می‌شود.

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' , \hat{B} = \hat{B}' , \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \end{cases}$$

درجه مشابه :

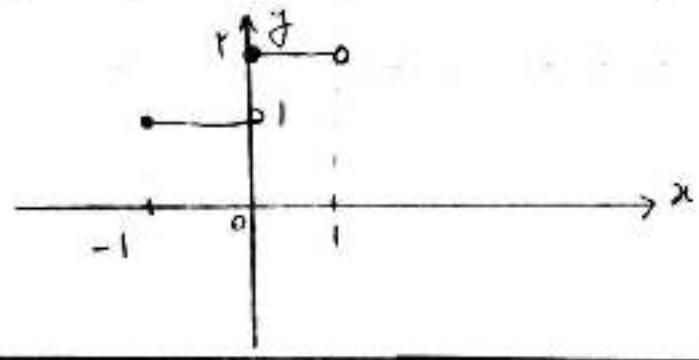
$$\frac{r}{AB} = \frac{r}{AC} = \frac{\omega}{r\omega} : \begin{cases} AB = \frac{r\omega \times r}{\omega} = r\omega \\ AC = \frac{r \times r\omega}{\omega} = r\omega \end{cases}$$

$$ABC_{\text{محيط}} = AB + AC + BC = r\omega + r\omega = \boxed{2r\omega}$$

- (A) -
- (B) ج
- (C) >
- (D) الف

(۷) برای رسم نمودارهای نمودار تابع باید بر صورت بازه ای سن اعداد صحیح نگاه داشته شود.

$$-1 \leq x < 0 : j = -1 + 2 = 1 \quad 0 < x < 1 : j = 0 + 2 = 2$$



تعریف :

۱. دامنه اطمینان تعریف تابعی گسسته :

$$D_{\frac{g}{f}} = \{x \mid D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}\}$$

$$D_f : \mathbb{R} , D_g : x - 2 > 0 : x > 2 \rightarrow D_g = [2, \infty)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow x - 2 = 0 : x = 2$$

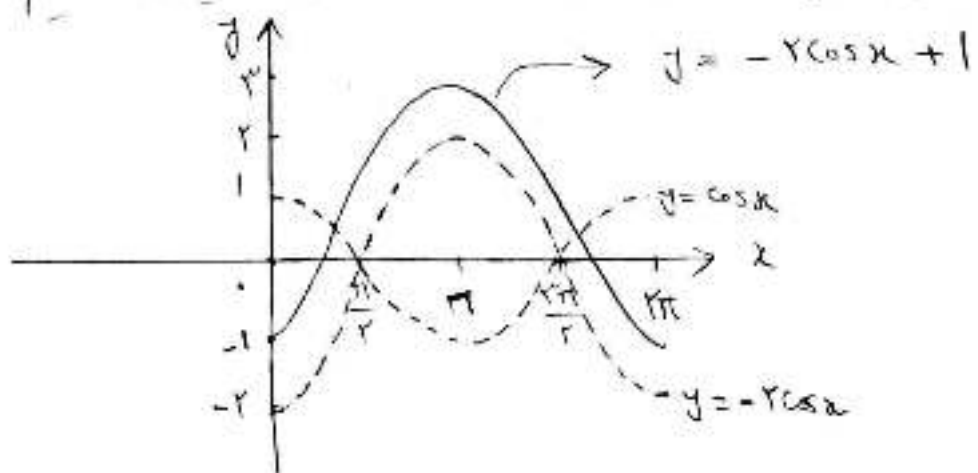
$$D_{g/f} = [2, \infty) - \{2\} = (2, \infty)$$

$$\frac{\text{زاد مرکزی}}{2\pi} = \frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}}$$

(۹) زاویه یک تناسب مستقیم داشته باشد: $2\pi R = 2\pi \times 4$

$$\rightarrow \frac{\text{زاد مرکزی}}{2\pi} = \frac{A}{2\pi \times 4} \rightarrow \boxed{\text{زاد مرکزی} = 2 \text{ (Rad)}}$$

(۱۰) رسم تابع $y = \cos x$ ابتدا رسم کرده سپس آنرا نسبت به محور $2x$ فشرده می کنیم و برد تابع را در ۲ ضرب می کنیم و در نهایت یک واحد آبراه بالا در راستای محور شیفته می دهیم.



طبق معر نشان داده شده محور در نمودار فوق برد تابع $[-1, 3]$ می باشد.

مردش دیگر محاسبه برد تابع

$$-1 < \cos x < 1 \rightarrow -2 < -2\cos x < 2$$

$$+1 \rightarrow -1 < -2\cos x + 1 < 3 \rightarrow \boxed{R_f = [-1, 3]}$$

(۱۱) الف) صحیح ب) صحیح

ج) صحیح $-\tan 20^\circ = \tan 14^\circ$ (۲) نادرست: عبارت صحیح

(۵) نادرست: عبارت صحیح $\sin 190^\circ = -\sin 10^\circ$

د) صحیح

(۱۲) از آنجایی که $1 < \frac{1}{2} < \frac{1}{4}$ بنابراین تابع نمایی a^x ($0 < a < 1$) با افزایش x و کاهش x می باید و نزولی است پس $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^4 \rightarrow \sqrt{2} < 4$

(12) در عبارت a^x (a می باشد) با x تابع افزایشی است. $a^x = a^x$ با x همبسته است و در x تابع افزایشی است.
 $0 < a < 1 \Rightarrow a^{1/a} < a^{1/2}$

الف) $9^x = 3^{x^2-2x}$ $D = \mathbb{R}$

$3^{2x} = 3^{x^2-2x} \rightarrow 2x = x^2 - 2x \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(x-4) = 0$
 (با توجه به رابطه x قابل قبول است)

جواب: $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

ب) می توانیم (1) را بصورت $\text{Log}^{1.0}$ بنویسیم.

$\text{Log}^{1.0}(4x+2) - \text{Log}^{1.0}(x+4) = \text{Log}^{1.0} \rightarrow \text{Log}^{1.0}\left(\frac{4x+2}{x+4}\right) = \text{Log}^{1.0}$

$\rightarrow \frac{4x+2}{x+4} = 10 \rightarrow 4x+2 = 10x+40 \rightarrow 4x = -38 \rightarrow x = -\frac{38}{4}$

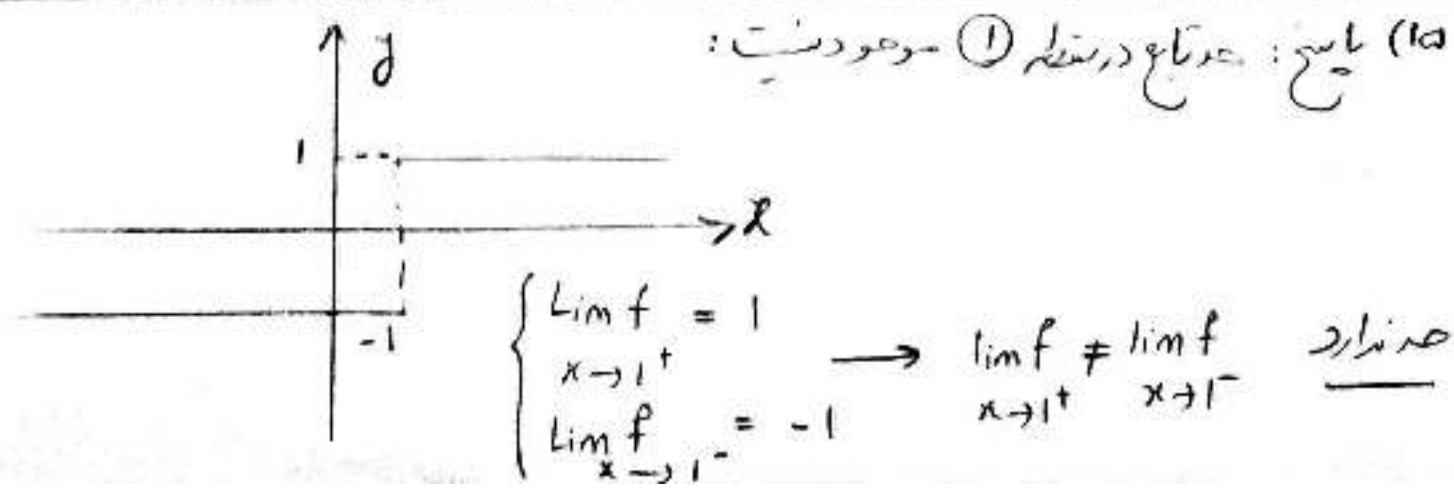
$D_{\text{مع}} = \left\{ \left\{ (4x+2) > 0 \right\} \cap \left\{ x+4 > 0 \right\} \right\} = x > -\frac{1}{2}$

حال به علت اینکه $x = -\frac{38}{4}$ عضو دامنه نیست پس غیر قابل قبول است. (ماده جواب ندارد).

(14) الف) $(\pi^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1} = \pi^{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \pi^{(2-1)} = \pi$

ب) مقدار ایزوپی، ایزوپیست Erg از رابطه $m = \frac{1}{\omega} \ln E$: $\ln E = \omega m$

$m = \frac{1}{\omega} \ln E \rightarrow \ln E = \omega m = 23.8 \rightarrow E = 10^{23.8} Erg$



(الف) حد چپ و راست

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{|x|+1} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{1+1} = -\frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{1+1} = -\frac{1}{2} \end{array} \right. : \lim f \neq \lim f_{-}$$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$

شماره یونیفرم $\xrightarrow{\text{شماره یونیفرم}}$ $f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 2b = 2b \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x + ax}{x} = -1 + a \end{array} \right.$$

شماره راست $\lim_{x \rightarrow 0^+} f = \lim_{x \rightarrow 0^-} f$

$$-1 + a = 2b$$

شماره یونیفرم $-1 + a = 2b = 2 \rightarrow \begin{cases} b = 0,5 \\ a = 2 \end{cases}$

(۱۸) $A \cup B = B \cup A$ حلقه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

می دانیم قبول شدن A, B دو پیشامد مستقل از هم بوده و برای پیشامد مستقل رابطه زیر برقرار است $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$P(A \cup B) = 0,8 + 0,6 - 0,8 \times 0,6 = 0,92$$

بر احتمال ۰,۹۲ حاصل می آید آن دو نفر در آزمون قبول می شوند.

(۱) الف) پاسخ: $CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad s = 9 \rightarrow CV = \frac{9}{18} = 0,5$ عریب تغییرات

$CV = 50\%$

ب) اگر میانگین داده‌ها x_1, \dots, x_n باشد میانگین داده‌ها $ax+b$ برابر $a\bar{x}+b$ می‌شود.

همچنین اگر انحراف معیار x_1, \dots, x_n باشد انحراف معیار $ax+b$ برابر $a s$ می‌شود.

محاسبه میانگین و انحراف معیار داده‌ها

$$\begin{cases} s_r = a s = 2 \times 9 = 18 \\ \bar{x}_r = a \bar{x} + b = 2 \times 18 + 3 = 39 \end{cases}$$

$CV_{\text{جدید}} = \frac{s_r}{\bar{x}_r} = \frac{18}{39} = 0,462 = 46,2\%$

(۲) الف) صفر

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$