
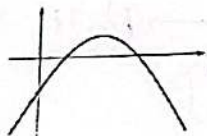
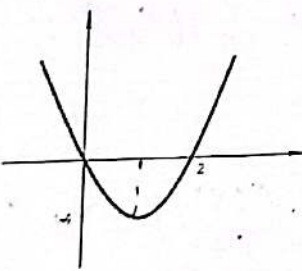
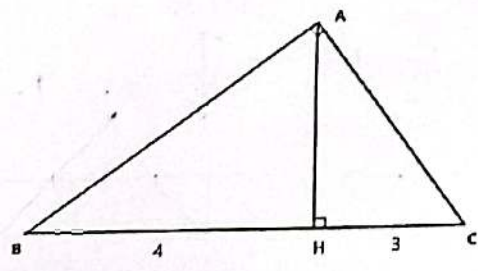


کلید ریاضی یازدهم

۰۳۴۶۴۰۱۱۲۳۰۰۵

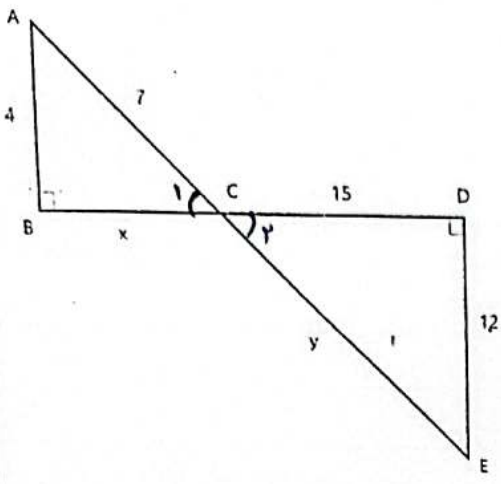
 <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش سالن آموزش و پرورش و پرورش اداره آموزش و پرورش شه (بستان بهمن) نخبگان سیرا، نخل سر دولتی (دشتوازی) نخبگان سوای دانش دوره دوم</p>	مشخصات امتحان:	مشخصات دانش آموز:	مشخصات درس:
	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	نام درس:
	ساعت برگزاری: ۸ صبح	شماره صندلی:	ریاضی
	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴	پایه و رشته:
نمره با عدد:	نمره با حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر و امضا: خانم نیک نظر	نمره پس از تجدید نظر:

صفحه اول

ردیف	بارم	پاسخ
۱	۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف. معادله $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ دارای <u>منبسط</u> می باشد. (ماکزیمم - مینیمم)</p> <p>ب. دامنه $y = \sin x$ تابع سینوسی، R و برد آن، $[-1, 1]$ است.</p> <p>پ. تابع $y = 2^x$ محور y ها را در نقطه $(0, 1)$ قطع می کند.</p>
۲	۱۷۵	<p>معادله $x^2 - 5x + 4 = 0$ درجه دوم بنویسید که ریشه های آن ۰ و ۴ باشد.</p> <p>$\alpha = 0 \rightarrow S = \alpha + \beta = 0 + 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$</p> <p>$\beta = 4 \rightarrow P = \alpha \cdot \beta = 0 \times 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0$</p>
۳	۱	<p>علامت a و b و c و تعداد ریشه های سهمی زیر را روی نمودار مشخص کنید.</p> <p>دو ریشه مثبت دارد و $\Delta > 0$</p> <p>$a < 0$</p> <p>$c < 0$</p> <p>$-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$</p> 
۴	۱	<p>معادله $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ مربوط به سهمی زیر را بنویسید.</p> <p>$y = a(x - 0)(x - 2) \xrightarrow{(1, -6)}$</p> <p>$-6 = a(1)(-1) \rightarrow a = 6 \Rightarrow y = 6x(x - 2)$</p> 
۵	۱/۵	<p>در مثلث قائم الزاویه زیر، اندازه ی پاره خط های AB و AC و AH را بیابید.</p> <p>$AB^2 = BH \times BC = 6 \times 7 = 42 \rightarrow AB = \sqrt{42}$</p> <p>$AC^2 = CH \times CB = 3 \times 7 = 21 \rightarrow AC = \sqrt{21}$</p> <p>$AH^2 = BH \times CH = 6 \times 3 = 18 \rightarrow AH = \sqrt{18}$</p> 

در شکل مقابل ابتدا دلیل تشابه دو مثلث را بنویسید. سپس اندازه پاره خطهای x و y را بدست آورید.

۶



$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \rightarrow \hat{B} = \hat{D} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\frac{4}{12} = \frac{7}{15} = \frac{x}{y} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 21 \\ 3x = 15 \rightarrow x = 5 \end{cases}$$

۱

در صورت وارون پذیری تابع زیر، وارون آن را بنویسید.

۷

$$f(x) = 5x - 2$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 5x_1 - 2 = 5x_2 - 2 \rightarrow 5x_1 = 5x_2 \rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = 5x - 2 \rightarrow y + 2 = 5x \rightarrow \frac{y+2}{5} = x \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+2}{5}$$

۱

با توجه به دو تابع زیر، $f+g$ و $\frac{f}{g}$ را بیابید.

۸

$$f = \{(2,5), (3,4), (0,-2)\} \rightarrow D_f = \{2, 3, 0\} \rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 2, 3\}$$

$$g = \{(-1,2), (0,3), (2,4), (3,0)\} \rightarrow D_g = \{-1, 0, 2, 3\}$$

$$f+g = \{(0, -2+3), (2, 5+4), (3, 4+0)\} = \{(0, 1), (2, 9), (3, 4)\}$$

$$\frac{f}{g} = \{(0, \frac{-2}{3}), (2, \frac{5}{4}), (\cancel{3, \frac{4}{0}})\} = \{(0, \frac{-2}{3}), (2, \frac{5}{4})\}$$

۱۵

اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{3x}{x+1}$ باشد، مقدار $(f+g)(2)$ را بیابید.

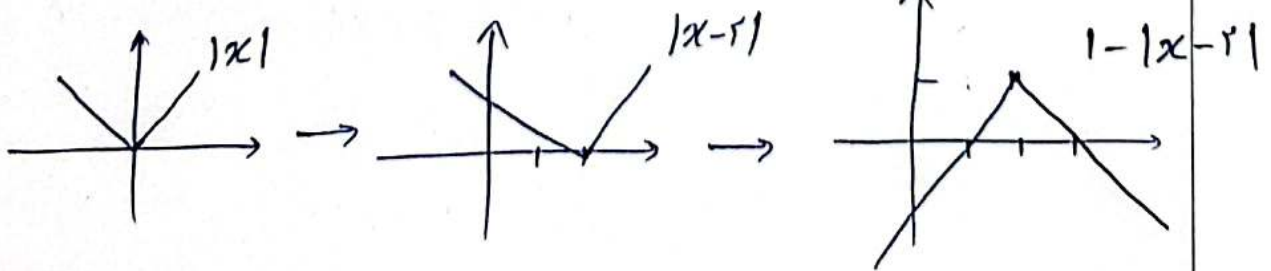
۹

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = (\sqrt{2-1}) + (\frac{3(2)}{2+1}) = 1 + 2 = 3$$

۱۷۵

با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، نمودار تابع $y = 1 - |x - 2|$ را رسم کنید.

۱۰



اگر $\sin \alpha = \frac{-1}{3}$ و α در ربع چهارم باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \rightarrow \cos \alpha = +\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{8}}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{8}}$$

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

1. $\cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) + \cot(180^\circ + 60^\circ)$
 $= -\cos 30^\circ + \cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\sin \frac{25\pi}{3} - \cos \frac{23\pi}{4} = \sin\left(\frac{24\pi + \pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{24\pi - \pi}{4}\right) =$
 $\sin(\pi + \frac{\pi}{3}) - \cos(6\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

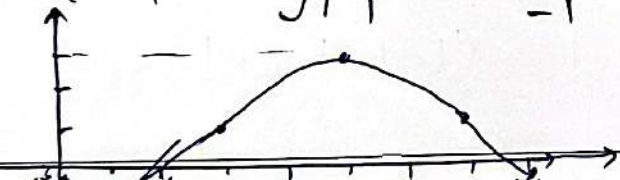
نمودار $y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$ را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ با استفاده از انتقال رسم کنید.

$y = \sin x$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0

$y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$

x	$0 + \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	$\pi + \frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$	$2\pi - \frac{\pi}{4}$
y	1	-1	1	3	1



$x=0 \rightarrow y = -2(\frac{\sqrt{2}}{2}) + 1 = -\sqrt{2} + 1$

معادلات زیر را حل کنید.

1. $(\frac{1}{2})^{3x-2} \times 4^x = (\sqrt{2})^x$

$$2^{-2x+2} \times 2^{2x} = 2^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow 2^2 = 2^{\frac{1}{2}x} \rightarrow -2x + 2 = \frac{1}{2}x$$

$$2^2 = 2^{\frac{1}{2}x} \rightarrow 2 = \frac{1}{2}x \rightarrow -2x + 2 = \frac{1}{2}x$$

$$-2x + 2 = \frac{1}{2}x \rightarrow -2x - \frac{1}{2}x = -2 \rightarrow -\frac{5}{2}x = -2 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

2. $\log \frac{3x+1}{2} + \log \frac{x-3}{2} = 5$

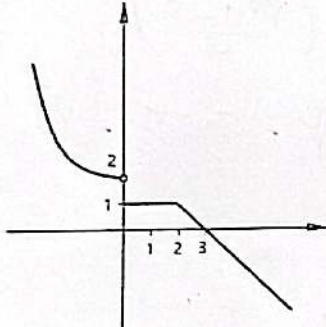
$$\log \frac{(3x+1)(x-3)}{2} = 5 \rightarrow (3x+1)(x-3) = 2^5 \rightarrow 3x^2 - 9x + x - 3 = 32$$

$$3x^2 - 8x - 35 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 4(3)(-35) = 64 + 420 = 484$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{484}}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{14}{3} \end{cases}$$

$$\log^2 = \log^{\frac{10}{10}} = \log^{10} - \log^2 = 1 - 1^2 = 1 \checkmark$$

صفحه‌ی چهارم

۱۵	<p>اگر $\log^2 \cong 0.3$ و $\log^3 \cong 0.4$ باشد، مقادیر زیر را بیابید.</p> <p>1. $\log^{12} = \log^{3 \times 4} = \log^3 + 2\log^2 = 0.4 + 2(0.3) = 1$</p> <p>2. $\log^{\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{5}}} = \log^{\sqrt{27}} - \log^{\sqrt[3]{5}} = \log^{3 \times \frac{3}{2}} - \log^{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{3}{2}\log^3 - \frac{1}{3}\log^5$</p> <p>$\frac{3}{2}(0.4) - \frac{1}{3}(0.4) = \frac{1.2}{2} - \frac{0.4}{3} = \frac{1.2 - 0.4}{3} = \frac{0.8}{3}$</p>	۱۵
۱۶	<p>با استفاده از نمودار، حاصل عبارت زیر را بیابید.</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0) =$  <p>$2 + 1 - 3(1) = 2 - 2 = 0$</p>	۱۶
۱	<p>حاصل حدهای زیر را بدست آورید.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{2}{7}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} 3[x] - 1 = 3[1^-] - 1 = 3(0) - 1 = -1$</p>	۱۷
۱۸	<p>تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ به ازای چه مقدار a حد دارد؟</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow 4 + 2a - 5 = 2a - 1$</p> <p>$2a - 1 = 2a - 1$ به ازای هر مقدار a حد دارد.</p>	۱۸
۱	<p>احتمال موفقیت فردی در آزمون اول ۰.۱۷ و در آزمون دوم ۰.۱۶ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم ۰.۱۸ خواهد بود. با کدام احتمال لااقل در یکی از دو آزمون موفق می‌شود؟</p> <p>$P(A) = 0.17$</p> <p>$P(B) = 0.14$</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p>$= 0.17 + 0.14 - 0.04 = 0.27$</p>	۱۹

$$P(B|A) = 0.18$$

موفق باشید

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = 0.18 \times 0.17 = 0.0306$$