۱- در یک دنباله حسابی مجموع ده جمله ی اول ۲۴۵ و جمله ی هفتم آن ۳۶ است ، جمله اول را بیابید.(۱/۵)

$S_{10} = ۲۴۵$ $\quad a_۷ = ۳۶ \rightarrow a_1 + ۶d = ۳۶$

$\frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d) = S$

$\left.\begin{array}{l} ۲a_1 + ۹d = ۲۴۵ \\ a_1 + ۶d = ۳۶ \end{array}\right\} \rightarrow d = \frac{۲۴}{۲} , a_1 = -۱۰$

۲- نا معادله ی زیر را حل کنید.(۱/۵)

$$-|-2x+1| - 3x - 2 \leq 0 \rightarrow -|-۲x+۱| \leq ۳x+۲$$

$$\left.\begin{array}{l} |-۲x+۱| \leq ۳x+۲ \\ |-۲x+۱| \geq -۳x-۲ \end{array}\right\} \alpha$$

$$\begin{cases} -(-(-۲x+۱)) - ۳x - ۲ \leq ۰ \\ -(-(-۲x+۱)) - ۳x - ۲ \leq ۰ \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq ۳ \\ x \leq \frac{۱}{۲} \end{cases} \quad \begin{cases} -۲x+۱ \geq ۰ \\ -۲x+۱ < ۰ \end{cases}$$

$x \leq \frac{-۱}{۵}$ $\qquad$ $x > \frac{۱}{۴}$

$x \in [-۳, \frac{۱}{۲}]$ $\qquad$ $x \in (\frac{۱}{۲}, +\infty)$ $\qquad$ $x \in [-۳, +\infty)$

۳- اگر فاصله نقطه $A(2,-3)$ از خط $12x + 5y = 15$ برابر $7a + 1$ باشد ، مقدار a را بدست آورید.(۱)

$A(x_0, y_0)$ $\qquad$ $ax_0 + by_0 + c = 0$ $\qquad$ $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$

$$۷a + ۱ = \frac{|۲۴ - ۱۵ - ۱۵|}{\sqrt{۱۴۴ + ۲۵}} \Rightarrow ۷a + ۱ = \frac{۶}{۱۳} \Rightarrow a = \frac{-۱}{۱۳}$$

۴- اگر $f(x)=\sqrt{1-x}$ و $g(x)=\sqrt{x-1}$ باشد ، دامنه تابع $fog(x)$ را به کمک تعریف بدست آورید.(۱/۵)

$D_f = 1-x \geq 0 \quad x \leq 1$

$D_g = x-1 \geq 0 \quad x \geq 1$

$\Big\} D_{fog} = \{x \mid x \in D_g \wedge g(x) \in D_f$

$D = \{x \mid x \geq 1 \wedge \sqrt{x-1} \leq 1\}$

$[1,+\infty) \cap [1,2] = [1,2]$

۵- معکوس تابع $f(x)=1-\sqrt{2-x}$ را بدست آورید.(۱/۵)

$y = 1-\sqrt{2-x} \Rightarrow x = 1-\sqrt{2-y}$

$x-1 = -\sqrt{2-y} \rightarrow (-x+1)^2 < 2-y \rightarrow y < 2-(1-x)^2$

$f^{-1}(x) = 2-(1-x)^2$

۶- اگر $\log_{\sqrt{3}} 4 = a$ باشد ، حاصل $\log_{2\sqrt{3}} 3\sqrt{2}$ را بیابید.(۲)

$\log_{\sqrt{3}}^2 4 = a \rightarrow \log_3^2 4 = \frac{a}{4}$

$\log_{\sqrt{12}}^3 + \log_{5\sqrt{12}}^{\sqrt{2}} = 2\log_{12}^3 + \log_{12}^2 \Rightarrow 2\left(\frac{\log_4^3}{\log_4^{12}}\right) + \left(\frac{\log_4^2}{\log_4^{12}}\right) = 2\left(\frac{1}{2\log_4^3+1}\right) + \left(\frac{\log_4^2}{2\log_4^3+1}\right)$

$= 2\left(\frac{1}{\frac{a}{2}+1}\right) + \left(\frac{\frac{a}{4}}{\frac{a}{2}+1}\right) = 2\left(\frac{2}{a+2}\right) + \frac{a}{2(a+2)}$

$= \frac{a+8}{2(a+2)}$

۷- جواب معادله $2\log x - \log(x+2) = 1$ را در صورت وجود بیابید.(۱)

$\log(x^2) - \log(x+2) = 1 \Rightarrow \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) = 1$

$\frac{x^2}{x+2} = 10^1 \Rightarrow x^2 = 10x+20 \rightarrow x^2-10x-20=0$

$x \Rightarrow \frac{10+\sqrt{120}}{2} = 5+\sqrt{30}$

$x \Rightarrow \frac{10-\sqrt{120}}{2} = 5-\sqrt{30}$

$|-2x_{n+1}| \geq -6x_n - 2$

(I) $-2x_{n+1} \geq -2x_n - 2 \longrightarrow x \geq -2$

(II) $-2x_{n+1} < 2x_{n+2} \longrightarrow x > -\frac{1}{5}$

} I, II $\Longrightarrow x \geq -2$

۸- هرگاه $\tan 15^\circ = a$ باشد حاصل عبارت $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2\sin 75^\circ + 3\cos 105^\circ}$ را بر حسب a بدست آورید.(۱/۵)

۹- عبارت زیر را ساده کنید.(۱/۵)

$$\frac{\sin 20^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ}{\sin 80^\circ}$$

۱۰- مقدار $\sin 75^\circ$ را بدست آورید.(۱)

۱۱- حاصل حدهای زیر را بدست آورید.(۳)

الف) $\lim_{x\to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}$

ب) $\lim_{x\to 3^+} \frac{x^2[x]-27}{x[-x]+12}$

۱۲- هرگاه $\lim_{x\to 2} \frac{mx+n}{x-\sqrt{x+2}} = 2$ باشد ، مقدار n را حساب کنید.(۱/۵)

۱۳- مقدار a را طوری بیابید که تابع $f(x)$ در $x = 2$ پیوسته باشد.(۱/۵)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(1+\sqrt[3]{1-x})}{x^2-2x} & x > 2 \\ x - a & x \leq 2 \end{cases}$$